

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

7 КЛАСС

Общее количество баллов **35**. Решение каждой задачи оценивается Жюри из 7 баллов в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной центральной предметно-методической комиссией:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения.
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако решение содержит ошибки, либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
3-4	Верно рассмотрен один из существенных случаев.
2	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии правильного решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Указания к оцениванию отдельных задач содержатся в комментариях к решениям.

1. Начинаящая швея Алёна решила сшить 8 платьев для кукол. В магазине она выбрала кусок ткани длиной 140 см и шириной 75 см. На каждое платье требуется цельная заготовка длиной не менее 45 см и шириной не менее 26 см. Хватит ли купленного на всё?

Ответ. Да, хватит.

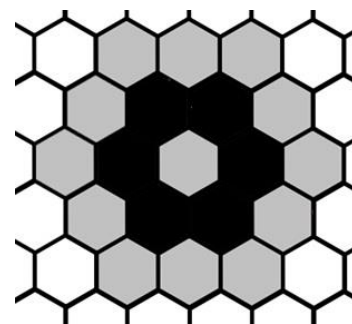
Решение. Разрежем ткань из магазина на два куска размерами 140×30 и 140×45 . Из первого куска можно вырезать 3 заготовки размером 45×26 , а из второго – 5 заготовок размером 45×26 .

Комментарий. Приведён верный пример расположения 8 заготовок (в виде словесного описания или рисунка с указаниями размеров) – 7 баллов. Только правильный рисунок без указания размеров – 5 баллов. Если при описании примера допущены незначительные арифметические ошибки, не влияющие на решение – снять 1 балл. Только ответ без обоснований – 0 баллов. Задача решена неверно – 0 баллов.

2. На рисунке серый шестиугольник окружен кольцом из 6 чёрных шестиугольников, следующее кольцо состоит из серых шестиугольников. Если раскрасить еще 5 колец, чередуя цвет, сколько будет чёрных и сколько серых шестиугольников (считая центральный)?

Ответ. 96 чёрных, 73 серых.

Решение. Каждое кольцо содержит на 6 шестиугольников больше, чем предыдущее, поскольку при каждой из 6 «вершин» кольца появляется дополнительный шестиугольник. Если раскрасить еще 5 колец, то кольца с номерами 1, 3, 5, 7 будут чёрными, а кольца с номерами 2, 4, 6 – серыми. Тогда число чёрных шестиугольников равно $6 + 18 + 30 + 42 = 96$, а число серых шестиугольников равно $1 + 12 + 24 + 36 = 73$.



Комментарий. Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Дан верный ответ, полученный прямым подсчетом шестиугольников, приведены подробные расчёты и рисунки – 7 баллов. Дан верный ответ, закономерности не установлены, расчёты не приведены, но есть рисунки, по которым можно подсчитать количества шестиугольников – 3 балла. Закономерность «каждое кольцо содержит на 6 шестиугольников больше, чем предыдущее» установлена, но не обоснована, далее получен верный ответ – 6 баллов. Приведено верное в целом рассуждение, в котором есть

незначительные неточности или пробелы – 6 баллов. Рассуждения верные, но есть арифметические ошибки – снимать по 2 балла за каждую ошибку. Только ответ без обоснований – 0 баллов.

3. В коробке лежат шарики семи цветов. Одна десятая часть шариков – красного цвета, одна восьмая – оранжевого, одна третья – жёлтого. Зеленых шариков на 9 больше, чем красных, а голубых на 10 больше, чем оранжевых. Синих шариков в коробке 8. Остальные шарики фиолетового цвета. Каково наименьшее возможное число фиолетовых шариков?

Ответ. 25 шариков.

Решение. Обозначим число всех шариков x , число фиолетовых шариков y . Тогда

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{8} + \frac{x}{3} + \frac{x}{10} + 9 + \frac{x}{8} + 10 + 8 + y = x,$$

откуда $\frac{47x}{60} + 27 + y = x$, то есть $y = \frac{13x}{60} - 27$, и наименьшее значение y достигается при наименьшем значении x . Поскольку y – целое число, x кратен 60. По условию x должен быть кратен 8, поэтому x делится на 120. При $x = 120$, $y = -1$, что невозможно. При $x = 240$, $y = 25$, и это наименьшее возможное число фиолетовых шариков.

Комментарий. Приведено верное решение и дан верный ответ – 7 баллов. Верный ответ найден подбором и не доказана его минимальность – 3 балла. Если верный ответ не получен, но в решении рассматривается идея делимости, которая реализуется неверно – 1 балл. За арифметические ошибки при верных рассуждениях снижать на 1-3 балла.

4. Ваня и Петя решили выкосить лужайку под футбольное поле. Один Ваня мог бы это сделать за 5 часов, а один Петя за 6 часов. Они начали в 11 часов, и прекратили косить одновременно, когда их позвали родители, но Петя уходил на час обедать, а у Вани перерыв на обед продолжался два часа. Одна десятая часть лужайки осталась не выкошенной. В какое время родители позвали мальчиков?

Ответ. В 15 часов.

Решение. Обозначим t время с 11 часов до конца, тогда Петя работал $(t - 1)$ час, а Ваня – $(t - 2)$ часа. В час Петя выполнял $\frac{1}{6}$ работы, а Ваня – $\frac{1}{5}$ работы. Получаем уравнение: $\frac{1}{6} \cdot (t - 1) + \frac{1}{5} \cdot (t - 2) = \frac{9}{10}$. Отсюда $t = 4$, время окончания равно $11 + 4 = 15$.

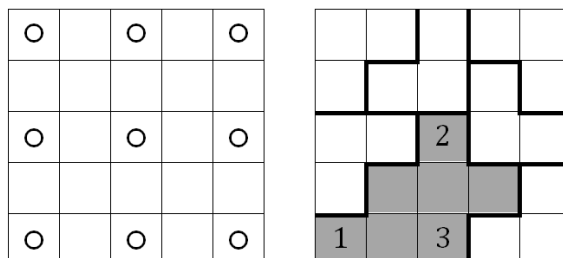
Комментарий. Приведено верное решение и получен верный ответ – 7 баллов. Верно составлено уравнение, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ – 5 баллов. Задача не решена, но есть элементы верных рассуждений – 2 балла. Приведены только верный ответ и проверка того, что он удовлетворяет условию задачи – 3 балла. Приведен только ответ – 0 баллов.

5. Маша и Алина играют на доске 5×5 . Маша может поставить по одной фишке в некоторые клетки. После этого Алина накрывает все эти клетки уголками из трёх клеток (неперекрывающимися и не выходящими за границу квадрата, уголки разрешается класть только по клеточкам). Если Алине удалось накрыть все клетки с фишками, она выигрывает, а если нет – выигрывает Маша. Какое наименьшее число фишек надо поставить Маше, чтобы Алина не смогла выиграть?

Ответ. 9 фишек.

Решение. *Пример.* Маша может поставить фишки в клетки, указанные на рисунке (а). Тогда Алине потребуется девять уголков, так как одним уголком нельзя накрыть больше одной клетки с фишкой. Но девять уголков без наложений не разместить на доске, так как $27 > 25$.

Оценка. Если Маша поставит меньше девяти фишек, то хотя бы в одной клетке из указанных на рисунке (а) не будет фишки. Тогда Алина сможет накрыть все клетки доски, кроме неё. Пусть, например, фишки нет в клетке 1, или 2, или 3 на рисунке (б). Тогда Алина может поставить 6 уголков и закрыть полностью часть доски, то есть все другие фишки будут накрыты. В области, закрашенной серым, можно разместить два уголка так, чтобы свободной оказалась только одна из клеток 1, 2 или 3 – та, в которую не поставлена фишка. Если фишка не стоит возле другой стороны, рисунок нужно повернуть.



а)

б)

Комментарий. Приведено полное обоснованное решение – 7 баллов. Приведен верный ответ и пример таблицы, но оценка наименьшего значения отсутствует или проведена неверно – 3 балла. Приведен только ответ – 0 баллов.