

10 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 240 мин.

Все задания по 7 баллов

1. Квадратный трёхчлен $x^2 + px + q$ имеет два различных ненулевых целых корня a и b . Известно, что $a + p$ делится на $q - 2b$. Чему может быть равен корень a ? (Приведите все ответы и докажите, что других нет.)

2. Существуют ли натуральные числа x и y такие, что $\text{НОД}(x; y) + \text{НОК}(x; y) + x + y = 2019$?

3. В трапецию $ABCD$ вписана окружность, касающаяся боковой стороны AD в точке K . Найдите площадь трапеции, если $AK = 16$, $DK = 4$ и $CD = 6$.

4. Назовём натуральное число «замечательным», если в нём все цифры различные, оно не начинается с цифры 2 и при вычеркивании некоторого числа его цифр можно получить число 2018. Сколько существует различных семизначных «замечательных» чисел?

5. Лена скачала новую игру для своего смартфона, где разрешается проводить алхимические реакции двух типов. Если она соединит один элемент «огонь» и один элемент «камень», получится один элемент «металл». А если соединит один элемент «металл» и один элемент «камень», то получится три элемента «камень». У Лены имеется 50 элементов «огонь» и 50 элементов «камень». Для приготовления элемента X необходимо взять один элемент «металл», два элемента «огонь» и три элемента «камень». Какое наибольшее число элементов X сможет получить Лена?